



NOMBRE y APELLIDOS.....

**NOTA:** En los cálculos numéricos tenga en cuenta la precisión de las constantes y de las magnitudes que se dan y dé el resultado con el número de cifras significativas adecuado. La no presentación de los cálculos con el número de cifras significativas adecuado será objeto de penalización en la corrección del ejercicio

**DATOS:**

$$e=1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$c= 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$h=6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$m_e=9,1091 \cdot 10^{-31} \text{ kg (masa del electrón)}$$

$$m_p=1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg (masa del protón)}$$

$$m_n=1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg (masa del neutrón)}$$

$$\epsilon_0 =8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{J}^{-1}\text{m}^{-1}$$

$$R_H=1,096776 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \text{ (constante de Rydberg para el hidrógeno)}$$

$$N=6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

$$a_0 = 0,529 \text{ \AA}$$

1. (1 punto) *Un elemento tiene un número atómico  $Z= 19$*   
a) *¿De qué elemento se trata? Escriba su nombre y su símbolo químico.*

Potasio	K
Nombre	Símbolo Químico

*Este elemento presenta varios isótopos, entre ellos uno con un número másico  $A=37$*

- b) *¿Cuántos neutrones tiene este isótopo?*

$$37-19 = 18 \text{ neutrones}$$

- c) *¿Cuántos protones tiene este isótopo?*

$$19 \text{ protones}$$

*Es habitual que dicho elemento se presente como un anión de carga -1*

- d) *¿Cuántos electrones tendrá este ión?*

$$19+1 = 20 \text{ electrones}$$

- e) *Escriba el símbolo completo del anión -1 del isótopo 37 de dicho elemento.*



- f) *¿Cuál sería la masa de un átomo de dicho isótopo en uma?  
(Considere que tanto la masa del protón como la del neutrón son 1,01 uma)*

$$18 \times 1,01 + 19 \times 1,01 = 37 \times 1,01 = 37,37 \text{ uma}$$

- g) *¿Cuál sería su masa en gramos?*

$$37,37 \times 1,66 \cdot 10^{-24} = 62,0 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

- h) *¿Cuál sería la masa de un mol de este isótopo?*

$$62,0 \cdot 10^{-24} \times 6,022 \cdot 10^{23} = 37,4 \text{ g/mol}$$

Es decir, el número de gramos que tiene 1 mol es el mismo número de uma que tiene un átomo de ese elemento.

**NOTA:** *El problema tiene un sentido químico realista si en el enunciado el valor de Z fuera 17. En este caso el elemento es el Cloro (Cl) y los apartados b) d) e) se refieren al anión cloruro del isótopo 37,  ${}_{17}^{37}\text{Cl}^-$ . El isótopo 37 del K no existe y los aniones del K no se encuentran "habitualmente" en la naturaleza.*

2. (1'5 puntos) *Un neutrón, viaja a una velocidad que es un 40% de la velocidad de la luz en el vacío.*

- a) *¿Cuánto vale la longitud de onda de su onda asociada?*

De acuerdo con el principio de L. de Broglie;  $\lambda = h/p$  y  $p = m_n \cdot v_n$

$$v_n = 0,40 \times 2,9979 \cdot 10^8 = 1,1992 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$p = 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times 1,1992 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} = 2,0084 \cdot 10^{-19} \text{ kg m.s}^{-1}$$

$$\lambda = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} / 2,0084 \cdot 10^{-19} \text{ kg m.s}^{-1} = 3,299 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

- b) *¿Cuánto valdría la longitud de onda de un fotón que tuviera su misma energía?*

Primero deberíamos calcular la energía que tiene ese neutrón;

$$E_n = (1/2) m_n \cdot v_n^2 = (1/2) p \cdot v_n$$

$$E_n = (1/2) 2,0084 \cdot 10^{-19} \text{ kg m.s}^{-1} \times 1,1992 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} = 1,2042 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Ésta es también la energía, E, del fotón que se nos pregunta, cuya frecuencia será el cociente entre el valor de su energía y el de la constante de Planck.

$$v = E/h$$

$$v = 1,2042 \cdot 10^{-11} \text{ J} / 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} = 1,818 \cdot 10^{22} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = c/v = 2.9979.10^8 \text{ m.s}^{-1} / 1,818. 10^{22} \text{ s}^{-1} = 1,649.10^{-14} \text{ m.}$$

- c) Si se quiere determinar su posición con una precisión de 2 Å ¿Qué incertidumbre se tendrá en la determinación de su velocidad?

De acuerdo con el Principio de Indeterminación de Heisenberg;

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h/4\pi$$

Siendo  $\Delta p_x = \Delta v_x \cdot m$ ; Por tanto,  $\Delta x \cdot \Delta v_x \cdot m \geq h/4\pi$ , y en consecuencia;

$$\Delta v_x \geq h/(4\pi \Delta x \cdot m)$$

La indeterminación en la posición,  $\Delta x$ , es de 2 Å, es decir  $2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

$$\Delta v_x \geq 6,625.10^{-34} \text{ J.s} / (4\pi \cdot 2.10^{-10} \text{ m} \cdot 1,6748.10^{-27} \text{ kg}) = 2.10^2 \text{ m/s}$$

3. (1'5 puntos) Considere el átomo hidrogenoide  $\text{Li}^{2+}$  y determine:  
a) El valor en Å del radio de su tercera órbita. ¿Es mayor o menor que el radio de la misma órbita para el átomo de hidrógeno?

Según el modelo de Bohr, el radio de las órbitas es directamente proporcional al cuadrado del número cuántico  $n$ , e inversamente proporcional al valor de su número atómico,  $Z$ . La constante de proporcionalidad es  $a_0$ .

$$r = a_0 \cdot n^2 / Z$$

$$Z(\text{Li}^{2+}) = 3 ; r = 0,529 \cdot 3^2 / 3 = 1,59 \text{ Å}$$

Puesto que en el átomo de hidrógeno,  $Z=1$ , el número en el denominador es menor que en el caso del ión litio, su radio será mayor que el del ión, para la misma órbita.

- b) La energía en J del electrón en este tercer nivel. ¿Es esta magnitud, en valor absoluto, mayor o menor que la energía de la misma órbita para el átomo de hidrógeno?

Según el modelo de Bohr, la energía de los estados electrónicos es directamente proporcional al cuadrado de su número atómico e inversamente proporcional al cuadrado del número cuántico  $n$ . La constante de proporcionalidad es la constante de Rydberg.

$$E_n = - R \cdot Z^2 / n^2$$

En el caso que nos ocupa  $Z=3$  y  $n=3$ , así que la energía del tercer nivel será simplemente el valor de la constante de Rydberg expresada en J.

$$E_n = -1,096776. 10^7 \text{ m}^{-1} \times 2,9979. 10^8 \text{ m.s}^{-1} \times 6,625.10^{-34} \text{ J.s}$$

$$= - 21,78. 10^{-19} \text{ J}$$

Puesto que en el átomo de hidrógeno,  $Z=1$ , el número en el numerador es menor que en el caso del ión litio, su energía será menor, en valor absoluto, que la del ión.

c) *La velocidad del electrón en este tercer nivel*

**Dato:** recuerde que en los átomos hidrogenoides la fuerza centrífuga del electrón  $F_c$  y la fuerza electrostática  $F_e$ , vienen dadas por las expresiones:

$$F_c = mv^2/r ; F_e = -(1/4\pi\epsilon_0)Ze^2/r^2$$

Puesto que el electrón está en una órbita estacionaria,  $F_c + F_e = 0$ ; es decir

$$mv^2/r = (1/4\pi\epsilon_0)Ze^2/r^2$$

y por tanto,  $v^2 = (1/4\pi\epsilon_0)Ze^2/mr$ ; así que,

$$v^2 = (3 \cdot (1,6021 \cdot 10^{-19})^2 / 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,1091 \cdot 10^{-31} \cdot 1,59 \cdot 10^{-10}) \\ = 4,78 \cdot 10^{-12}$$

$$v = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

d) *¿Cuál es la energía desprendida cuando el electrón pasa desde esta tercera órbita al nivel fundamental?*

En el nivel fundamental  $n=1$ , por tanto:

$$\Delta E_{3,1} = R \cdot Z^2 (1/1^2 - 1/3^2) = R \cdot Z^2 (8/9) = R \cdot 9 (8/9) = 8 \cdot R$$

$$\Delta E_{3,1} = 8 \times 21,78 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 174,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,742 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

e) *¿Cuánto vale la frecuencia de la luz emitida en dicho proceso?*

El fotón que se emita en este proceso debe tener la energía desprendida en el tránsito electrónico y por tanto, su frecuencia debe ser el cociente entre ese valor y la constante de Planck.

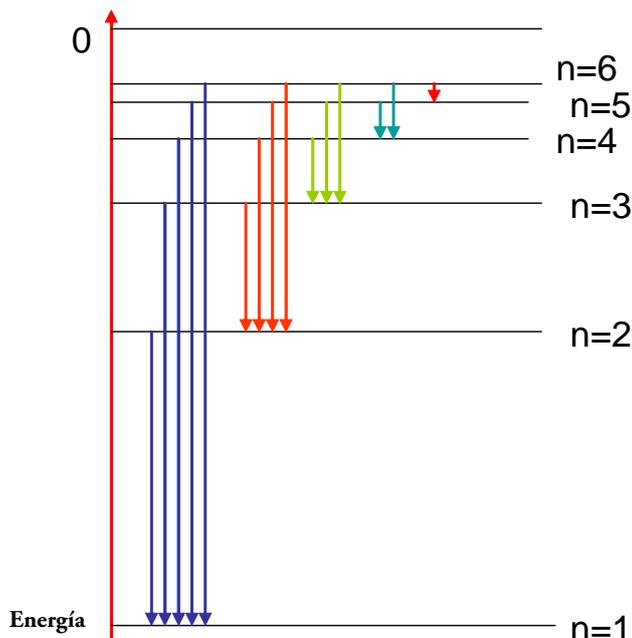
$$v = 174,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} / 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 26,30 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 2,630 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

4. (1 punto) *Considere los seis primeros niveles de energía del electrón en un átomo de hidrógeno.*

a) *Realice un diagrama de niveles de energía, procurando que la representación guarde una cierta proporcionalidad entre el espaciado de los niveles y el valor real de la energía representada.*

b) *Represente todos los tránsitos espectrales posibles entre estos niveles en el espectro atómico de emisión.*

Están representadas sobre el dibujo de la siguiente página



c) Indique qué transitos pertenecen a la serie de Lyman y cuales a la serie de Balmer.

A la serie de Lyman:

$2 \rightarrow 1$ ;  $3 \rightarrow 1$ ;  $4 \rightarrow 1$ ;  $5 \rightarrow 1$  y  $6 \rightarrow 1$

A la Serie de Balmer

$3 \rightarrow 2$ ;  $4 \rightarrow 2$ ;  $5 \rightarrow 2$  y  $6 \rightarrow 2$

d) Indique cual sería el tránsito que da lugar a la radiación electromagnética de mayor frecuencia y cual el que da lugar a la radiación electromagnética de menor longitud de onda

La de mayor frecuencia es la más energética, la que sucede entre los niveles que están más alejados entre sí, por tanto la  $6 \rightarrow 1$ . A su vez ésta será la de menor longitud de onda, ya que la frecuencia y la longitud de onda son inversamente proporcionales.

e) Indique qué relación hay entre el valor de la frecuencia de la línea límite de la serie Lyman y la de la serie Balmer.

Para la serie de Lyman, su frecuencia límite será:  $\nu_{\text{lim}} = R (1/1^2) = R$

Para la serie de Balmer, su frecuencia límite será:  $\nu_{\text{lim}} = R (1/2^2) = R/4$

Por tanto, la de Lyman es cuatro veces mayor que la de Balmer

5. (1'5 puntos) La solución matemática de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para la partícula en una caja (foso) de potencial es una función suma de una función cosenoidal y otra senoidal. Cuando se aplican las condiciones de contorno en el punto  $x=0$ , se concluye que la parte cosenoidal de esta función debe ser nula.

- a) Aplique las condiciones de contorno en  $x = L$ , siendo  $L$  la longitud de la caja, para determinar energía de los diferentes estados posibles del sistema.

Datos:

$$\Psi(L) = 0$$

$$\Psi(x) = B \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h} x \right)$$

Puesto que en  $x=L$  la función debe ser nula,

$$\Psi(L) = 0 = B \cdot \text{sen} \left( \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h} L \right); \text{ lo cual solo se cumple si el valor del}$$

ángulo es  $0, \pi$  o un número entero de veces  $\pi$ ; ya que  $B$  no puede ser cero. Es decir

$$\left( \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h} L \right) = n\pi; n=1, 2, 3, \dots \text{ El valor de } n=0 \text{ nos daría la solución}$$

trivial. En consecuencia

$$E = \frac{h^2}{8mL^2} n^2; n=1, 2, 3, \dots$$

- b) ¿Cuál es la expresión general de la onda en función de la variable  $x$  y el número cuántico  $n$ ?

- Haga un dibujo aproximado de la función de onda de este sistema cuando se encuentre en su **tercer nivel de energía**
- Señale para qué valores de  $x$  la función se anula
- Señale para qué valores de  $x$  la función tiene su valor mínimo y máximo.
- ¿En qué **valores de  $x$**  es **máxima la probabilidad** de encontrar a la partícula cuando está en este estado?

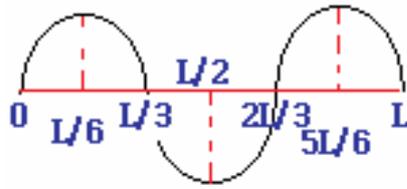
(No es necesario que **justifique matemáticamente** su respuesta)

De la condición de contorno anterior se deduce que:

$$\left( \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h} \right) = \frac{n\pi}{L}$$

Que si se sustituye en la expresión general de la función de onda queda:

$$\Psi(x) = B \cdot \text{sen} \left( \frac{n\pi}{L} x \right)$$



Se anula para  $x = 0, L/3, 2L/3$  y  $L$   
Tiene el máximo valor para  $x = L/6$  y  $5L/6$   
Tiene el mínimo valor para  $x = L/2$

La probabilidad es máxima para  $x = L/6, L/2$  y  $5L/6$

6. (1'5 puntos) Preguntas cortas sobre los orbitales atómicos y la estructura electrónica de los átomos.

a) ¿Qué es un orbital atómico?

La función de onda de un electrón en un átomo

b) ¿De cuantos números cuánticos depende? ¿Cómo se llaman estos números cuánticos y qué magnitudes cuantizan?

Dependen de tres números cuánticos.

- $n$ , número cuántico principal que cuantiza el valor de la energía
- $l$ , número cuántico azimutal o del momento angular que cuantiza el valor del módulo del momento angular orbital
- $m$  o  $m_l$ , número cuántico magnético, que cuantiza el valor de la componente  $L_z$  del momento angular orbital.

Suponga que el valor de  $n=3$

c) ¿Cuántas capas atómicas son posibles con este valor? ¿cómo se llama/ $n$ ?

Sólo una capa. Se la denomina como tercera capa o capa M

d) ¿cuántas subcapas son posibles para este valor de  $n$ ? ¿cómo se llaman?

Son posibles tres subcapas, que se corresponden con los posibles valores del número cuántico  $l$ ; es decir  $l=0$ ;  $l=1$ ;  $l=2$ .

Las subcapas se denominan 3s; 3p y 3d, respectivamente

Suponga que está en la subcapa 3p

e) ¿Cuántos valores son posibles para el número cuántico  $m$ ? Indique sus valores

Son posibles 3 valores, ya que  $l=1$ , que son:

$m=1, m=0, y m=-1$

Normalmente el orbital atómico se simboliza como  $\Psi(n,l,m) = R(r)Y(\theta,\phi)$

f) ¿cómo se llaman estas dos funciones,  $R(r)$  y  $Y(\theta,\phi)$ , a la derecha de la igualdad? ¿De qué números cuánticos depende cada una de ellas?

La función  $R(r)$  se llama **función de onda radial** o simplemente función radial y depende de los números cuánticos  $n$  y  $l$ .

La **función de onda angular**  $Y(\theta, \phi)$ , se denomina también función de los armónicos esféricos y depende de  $l$  y  $m$

g) *¿Cuántos orbitales atómicos que tengan el número cuántico  $n=3$  son posibles? Indique sus nombres*

Para  $n=3$ , son posibles 3 valores de  $l$ : 0, 1 y 2

Para cada valor de  $l$ , son posibles los valores de  $m$  que se dan en la tabla.

Los nombres de los orbitales se dan en la tabla

Valor de $l$	Valor de $m$	Función orbital $\Psi(n,l,m)$	Nombre del orbital
0	0	(3,0,0)	3s
1	+1	(3,1,+1)	3p <sub>1</sub>
	0	(3,1,0)	3p <sub>0</sub>
	-1	(3,1,-1)	3p <sub>-1</sub>
2	+2	(3,2,+2)	3d <sub>2</sub>
	+1	(3,2,+1)	3d <sub>1</sub>
	0	(3,2,0)	3d <sub>0</sub>
	-1	(3,1,-1)	3d <sub>-1</sub>
	-2	(3,2,-2)	3d <sub>-2</sub>

Son posibles nueve orbitales atómicos ( $n^2$ )

7. (2 puntos) *Responda si es cierto o falso y **justifique brevemente** su respuesta:*

a) *La llamada radiación gamma es la que tiene mayor frecuencia, mayor energía y mayor longitud de onda del espectro electromagnético*

Efectivamente, en el espectro electromagnético se llama radiación gamma a aquella que tiene la mayor frecuencia y en consecuencia la de mayor energía, pero no es la de mayor longitud de onda, si no la de menor longitud de onda, ya que la frecuencia y la longitud de onda son inversamente proporcionales ( $\lambda = c/\nu$ ). La afirmación en su conjunto resulta, por tanto, falsa.

b) *Un material produce efecto fotoeléctrico con luz azul visible, por tanto no producirá efecto fotoeléctrico con luz roja visible. Un material produce efecto fotoeléctrico con luz azul visible, por tanto producirá efecto fotoeléctrico con luz ultravioleta*

El saber que se produce efecto fotoeléctrico con luz visible azul no proporciona ninguna información sobre la frecuencia umbral de la radiación que producirá efecto fotoeléctrico, por tanto no se puede afirmar que no se producirá efecto fotoeléctrico con luz roja. Es decir **esta afirmación es falsa**.

Sin embargo sí se puede afirmar que cualquier fotón de mayor energía que la luz visible azul producirá efecto fotoeléctrico. Este es el caso de la luz ultravioleta, por tanto **es cierto** que la radiación ultravioleta producirá efecto fotoeléctrico.

- c) *A la luz del formulismo de la Mecánica Cuántica, en un futuro, el mejoramiento de la tecnología permitirá, sin lugar a dudas, un conocimiento simultáneo totalmente preciso del valor de todas las magnitudes físicas de las partículas ligeras (cuánticas)*

A la luz del formulismo de la Mecánica Cuántica nunca se podrá saber a la vez y con total precisión el valor de las magnitudes observables cuyo producto tenga dimensiones de energía por tiempo (como la constante de Planck), de manera que éstas deben cumplir el Principio de Indeterminación de Heisenberg. Esto quiere decir que, por muy avanzadas que puedan estar las técnicas, siempre habrá un error intrínseco asociado al conocimiento de los valores de estas magnitudes que no podrá ser eliminado. Es decir **esta afirmación es falsa**.

- d) *La **velocidad de propagación de la luz** no depende del medio en que se propague*

**Esta afirmación es falsa.**

Debe tenerse en cuenta que la luz interacciona con la materia (su campo electromagnético interacciona con las partículas cargadas que constituyen la materia), lo que provoca una disminución de su velocidad de propagación a través de ella. La luz alcanza su mayor velocidad de propagación en el vacío ( $2,9979 \cdot 10^8$  m/s). El índice de refracción de la materia es una consecuencia de esta diferente velocidad de propagación

- e) *Solo las partículas subatómicas tienen una onda material asociada*

No es correcto realizar **esta afirmación, es** por tanto **falsa**. De acuerdo con el Principio de L. de Broglie, todas las partículas materiales tienen una onda asociada (dualidad onda-corpúsculo) cuya longitud de onda es el cociente entre el valor de la constante de Planck y el de su impulso o cantidad de movimiento. Lo que ocurre es que en los sistemas muy pesados (clásicos) los efectos causados por su naturaleza ondulatoria no tienen consecuencias apreciables en su comportamiento físico.

- f) *Algunas de las soluciones matemáticas de la Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo no son adecuadas para describir el estado del sistema físico.*

**Es cierto**. Algunas de las soluciones matemáticas de la ecuación diferencial conocida como Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo puede que no cumplan con los requisitos de ser funciones aceptables, ya sea porque no son continuas o unívocas o finitas o que su función derivada primera también sea continua, en el espacio en que están definidas. También podría suceder que la función no estuviera

normalizada, en cuyo caso tampoco serían aceptables. El hecho de que función de onda es la descripción de un sistema físico y que el valor del cuadrado de esa función en un punto represente el valor de la densidad de probabilidad de encontrar al sistema en ese punto, condiciona la expresión de la función de onda aceptable para describir el sistema.

- g) *La interpretación de Born del sentido físico de la función de onda indica que el valor del cuadrado de la función de onda en un punto es el valor de la probabilidad de encontrar al sistema en ese punto.*

**Es falso.** Como se ha indicado antes, el cuadrado de la función de onda no indica el valor de la probabilidad, si no el de la densidad de probabilidad (Probabilidad por unidad de volumen) en el punto en cuestión.

- h) *La función de onda del electrón en el átomo de hidrógeno se expresa en función de las coordenadas esféricas polares porque es imposible expresarlas en función de las coordenadas cartesianas.*

**Es falso.** Se expresa en coordenadas esféricas porque resulta más conveniente desde el punto de vista matemático, ya que en estas coordenadas la descripción del problema y la solución matemática de las ecuaciones diferenciales que resultan es mucho más sencilla.

- i) *Puesto que la función de onda del electrón en el orbital 1s es*

$$\Psi(r) = \left( \frac{1}{a_0 \pi^3} \right)^{3/2} e^{-r/a_0}$$
, *la probabilidad de encontrar al electrón en el núcleo es  $1/a_0^3$ .*

**Es falso** y la respuesta está dada en el apartado h) de este ejercicio. Para determinar la probabilidad de encontrar al electrón a un determinado valor del radio, se ha de utilizar la función de distribución radial:  $4\pi r^2(\Psi(r))^2$ . Por tanto, si  $r=0$ , la función de distribución radial vale cero y en consecuencia la probabilidad también.

- j) *Si un orbital está descrito por un orbital  $3d_0$ , su momento angular orbital es cero*

**Es falso.** Dado el nombre del orbital,  $3d_0$ , el valor de  $l=2$ . Esto indica que el módulo de su momento angular vale  $\sqrt{2(2+1)} \frac{h}{2\pi}$ , que no es cero. Sólo si  $l=0$ , es nulo el momento angular. Que  $m$  sea 0, sólo indica que la componente  $L_z$  del momento angular orbital es nula, es decir que el vector momento angular está en el plano XY.